



بخش آموزش رسانه تفریحی سنتر

کلیک کنید  www.tafrihicenter.ir/edu

 نمونه سوال  گام به گام

 امتحان نهایی  جزوه

 دانلود آزمون های آزمایشی

متوسطه اول : هفتم ... هشتم ... نهم

متوسطه دوم : دهم ... یازدهم ... دوازدهم

www.tafrihicenter.ir

درس اول : گردآوری داده‌ها

فعالیت صفحه ۹۶

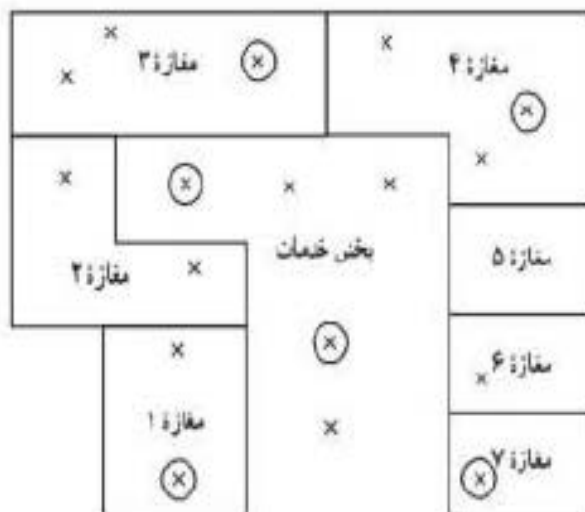
می‌خواهیم برخی از ویژگی‌های مگس‌های سفید مزاحم در شهر تهران را بررسی کنیم. آیا برای انجام این کار می‌توانیم ویژگی‌های همه مگس‌های سفید را اندازه‌گیری کنیم؟ **خیر** آیا همه آنها در دسترس‌اند؟ **خیر** آیا زمان و هزینه لازم برای این کار در اختیار داریم؟ **خیر**

کار در کلاس صفحه ۱۰۴

در فعالیت قبل هر مگس سفید **واحد آماری** است. همه‌ی مگس‌های سفید، که کل واحدهای آماری هستند، **جامعه‌ی آماری** را تشکیل می‌دهند. اگر سن همه‌ی مگس‌های سفید را در اختیار داشته باشیم، داده‌های **نمونه** را داریم. ۱۰۰ مگس سفید معرف یک **نمونه‌گیری** است.

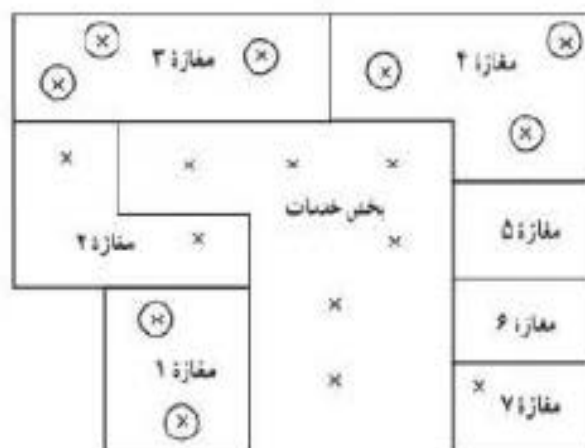
فعالیت صفحه ۹۵

۱- می‌خواهیم متوسط درآمد کارکنان یک مجتمع تجاری را محاسبه می‌کنیم. اگر این مجتمع از ۷ مغازه و یک بخش



خدمات تشکیل شده باشد، که روی هم ۱۷ کارکن دارند، چگونه از بین ۱۷ نفر، ۶ نفر را به تصادف انتخاب می‌کنید؟ یک راه ساده برای انجام این کار نوشتن اسمی کارکنان با شماره‌ی کارمندی آنها روی ۱۷ برگه‌ی کوچک و انتخاب تصادفی ۶ تا از آنهاست. آیا این روش نمونه‌گیری، نمونه‌گیری تصادفی ساده است؟ **بله** آیا همه‌ی واحدهای جامعه احتمال برابری برای انتخاب دارند؟ **بله**

در شکل روبه‌رو نقشه‌ای از مجتمع تجاری ترسیم شده که کارکنان با X و دور انتخاب‌شدگان یک دایره رسم شده است.



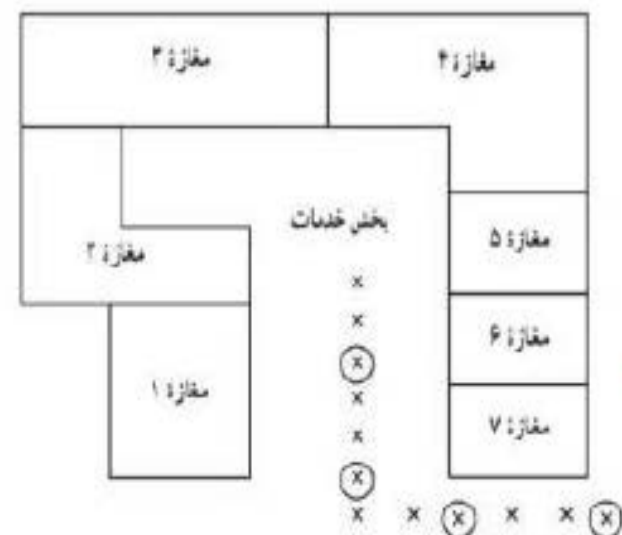
۲- هر یک از ۷ مغازه و بخش خدمات را به صورت یک گروه فرض می‌کنیم. حال از بین ۸ گروه در نظر گرفته شده، سه تا از آنها را به تصادف انتخاب می‌کنیم و در هر یک سرشماری انجام می‌دهیم. آیا این روش نمونه‌گیری سریع‌تر است؟ **بله**

سؤال : می‌خواهیم میانگین نمرات ریاضی دانش‌آموزان شهر تهران را محاسبه کنیم. اگر فهرست همه دانش‌آموزان را نداشته باشیم، اما فهرست مدارس موجود باشد، نمونه‌گیری خوشه‌ای، راه مناسبی برای گردآوری داده‌هاست. اگر بودجه کافی یا زمان لازم برای نمونه‌گیری تصادفی ساده نداشته باشیم آیا این روش مقرون به صرفه است؟ **بله**



۳- اگر بخواهیم یک نمونه ۸ تایی شامل دقیقاً ۴ مرد و ۴ زن از مجتمع تجاری بگیریم، چگونه این کار را انجام می‌دهیم؟ **نمونه‌گیری طبقه‌ای**
زمانی که جامعه به دو یا چند بخش تقسیم می‌شود که عضو مشترکی ندارند، می‌توان از هر بخش جداگانه نمونه‌گیری کرد. این کار با افزایش هزینه یا زمان همراه است، ولی انتظار داریم که **دقت** را نیز افزایش دهد.

۴- فرض کنید در مجتمع، ۱۲ نفر حضور دارند. صبر می‌کنیم که مجتمع تجاری تعطیل شود و هنگام خروج کارکنان می‌خواهیم نمونه ۴ نفری انتخاب کنیم. برای این منظور، همانند شکل زیر عمل کرده‌ایم. ابتدا از ۳ نفر



یکی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. در این شکل، نفر اول انتخاب شده است. حال با همین رویه برای سه نفر بعد هم، نفر اول را انتخاب می‌کنیم و ادامه می‌دهیم. این روش نمونه‌گیری شباهت بیشتری به کدام یک از روش‌های نمونه‌گیری قبلی دارد؟ خوشه‌ای یا طبقه‌ای؟ **نمونه‌گیری طبقه‌ای** این کار باعث چه نوع صرفه‌جویی می‌شود؟ **هم در وقت و هم در هزینه صرفه جویی می‌شود.**

به نظر شما این نوع نمونه‌گیری در کدام یک از مثال‌های زیر امکان دارد :

- گردآوری اطلاعات از مبدأ و مقصد مسافران در خروجی - ورودی یک شهر : **امکان دارد**
- کنترل کیفیت یک خط تولید : **امکان دارد**
- انتخاب نمونه از ماهی‌های یک حوضچه : **امکان دارد**
- زمانی که فهرستی از واحدهای جامعه وجود نداشته باشد. : **امکان دارد**
- فهرست واحدهای آماری ترتیب تصادفی داشته باشند. : **امکان دارد**

کار در کلاس صفحه ۱۰۷

جدول زیر را کامل کنید.

روش نمونه‌گیری	مزیت	محدودیت
تصادفی ساده	همه‌ی داده‌ها برای انتخاب شدن در نمونه احتمال یکسان دارند.	دسترسی به همه‌ی داده‌ها دشوار و هزینه‌بر است.
خوشه‌ای	دسترسی ساده به همه‌ی داده‌ها و هم شانس بودن داده‌ها	هزینه‌بر بودن - وقت‌گیر بودن داده‌ها
سامانمند	دسترسی ساده به همه‌ی داده‌ها و هم شانس بودن داده‌ها	هزینه‌بر بودن - وقت‌گیر بودن داده‌ها - داده انتخاب شده ممکن است ویژگی مورد نظر را نداشته باشد.

فعالیت صفحه ۱۰۷

از مگس‌های سفید با چه روشی می‌توان نمونه‌گیری کرد؟ **نمونه‌گیری خوشه‌ای** فهرستی از آنها نداریم. تعداد آنها را هم نمی‌دانیم. می‌توان چند منطقه از تهران را به تصادف انتخاب کرد و در هر منطقه نمونه در دسترس را انتخاب و بررسی کنیم. آیا این روش نمونه‌گیری به تمامی واحدهای جامعه شانس انتخاب می‌دهد؟ **خیر**

کار در کلاس صفحه ۱۰۸

راه حلی ارائه کنید که نمونه‌گیری‌های غیراحتمالی زیر را احتمالی می‌کند، هر چند که به صورت غیرواقعی باشد.

مثال	نمونه‌گیری غیراحتمالی	نمونه‌گیری احتمالی
نمونه‌گیری از یک قفس بزرگ خرگوش‌های یک آزمایشگاه	بدون برنامه‌ریزی خرگوش‌هایی را بر می‌دارد که دستش به آنها می‌خورد.	خرگوش‌ها را دسته‌بندی می‌کنیم و از هر دسته یک خرگوش برمی‌داریم.
در مطالعاتی که در آنها فرآیند سنجش که سنجیده می‌شود ناخوشایند یا درد سرآفرین است.	داوطلبانی که حاضر به پاسخ به سؤالات شما در یک نظرسنجی می‌شوند.	ابتدا اشخاص را به دسته‌های مختلف غیرمتداخل تقسیم‌بندی می‌کنیم و سپس انتخاب می‌کنیم.
نمونه‌گیری از زغال‌سنگ‌های یک واگن	نمونه در دسترس انتخاب می‌شود.	ابتدا به چند قسمت تقسیم می‌کنیم و سپس از هر قسمت نمونه‌ای را انتخاب می‌کنیم.

فرض کنید آمارگیری می‌خواهد بداند در یک شهر خانواده‌ها چند نفره‌اند. او برای این کار صد نفر را به تصادف انتخاب می‌کند و از آنها می‌پرسد: «خانواده شما چند نفر است؟»

آیا این روش برای نمونه‌گیری درست است؟ جواب منفی است! دلیل آن هم این است که واحدهای آماری موردنظر در این مسئله خانواده‌ها هستند نه افراد. آیا خانواده‌های مختلف احتمال حضور برابر در این نمونه‌گیری را دارند؟ واضح است که احتمال حضور هر خانواده متناسب با تعداد اعضای آن است و مثلاً احتمال حضور یک خانواده شش نفره دو برابر احتمال حضور یک خانواده سه نفره است و این، یعنی شرایط نمونه‌گیری ساده برقرار نیست. نتیجه چنین ایرادی در نمونه‌گیری این است که هر چه تعداد نمونه‌ها را افزایش دهیم، نتایج به مقداری اشتباه نزدیک‌تر می‌شود. مثلاً فرض کنید آمار واقعی تعداد افراد خانواده‌ها چنین باشد:

تعداد افراد	۱	۲	۳	۴	۵ و بیشتر
درصد	۸/۵	۲۰/۷	۲۸/۵	۲۷/۶	۱۴/۷

در این جامعه تعداد خانواده‌های دو نفره تقریباً $\frac{20.7}{14.7} = 1.4$ برابر تعداد خانواده‌های پنج نفره (و بیشتر) است. ولی با آمارگیری نادرستی که توضیح داده شد به نتیجه دیگری خواهیم رسید؛ احتمال حضور یک خانواده پنج نفره (و بیشتر) در نمونه‌ها بیشتر از $\frac{2}{5}$ برابر احتمال حضور یک خانواده دو نفره است و لذا عددی که در روش نادرست آماری به دست می‌آید کمتر از $\frac{1/4}{2/5} = 0.56$ است. نتیجه اینکه هر چند واقعیت این است که نسبت خانواده‌های دو نفره بسیار بیشتر از خانواده‌های ۵ نفره (و بیشتر) است، ولی ما با نمونه‌گیری اشتباه به نتیجه‌ای بسیار متفاوت می‌رسیم.

کار در کلاس صفحه ۱۰۹

فرض کنید در شهری جمعیت کلاس‌های پایه‌ی ششم دبستان به شکل زیر باشد:

تعداد دانش آموز	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵
تعداد کلاس	۷	۹	۱۰	۱۱	۷	۱۱	۸	۸	۷	۵	۴

الف) چه تعداد کلاس پایه‌ی ششم در این شهر وجود دارد؟

$$7 + 9 + 10 + 11 + 7 + 11 + 8 + 8 + 7 + 5 + 4 = 87$$

تعداد دانش آموزان پایه‌ی ششم چقدر است؟

$$(25 \times 7) + (26 \times 9) + (27 \times 10) + (28 \times 11) + (29 \times 7) + (30 \times 11) + (31 \times 8) + (32 \times 8) + (33 \times 7) + (34 \times 5) + (35 \times 4) = 2565$$

ب) چه درصدی از کلاس‌های پایه‌ی ششم بیشتر از ۳۰ دانش‌آموز است؟

$$\frac{32}{87} \times 100 = 36/78\% \Rightarrow 32 = 4 + 5 + 7 + 8 + 8 : \text{تعداد کلاس‌های بیش از ۳۰ نفر}$$

پ) اگر به تصادف یک دانش‌آموز ششم دبستانی را انتخاب کنیم، احتمال اینکه کلاسی که در آن درس می‌خواند بیشتر از ۳۰ دانش‌آموز داشته باشد، چقدر است؟

$$\frac{\text{تعداد کلاس‌های بیش از ۳۰ نفر}}{\text{تعداد کل دانش‌آموزان}} = \frac{1045}{2565} = 0/4$$

ت) فرض کنید فردی برای اینکه بفهمد کلاس‌های ششم دبستان چند نفری‌اند، تعداد زیادی دانش‌آموز ششم دبستانی را به تصادف انتخاب کند و از آنها بپرسد «کلاس شما چند نفره است؟» این کار چه ایرادی دارد؟ وقت‌گیر است.

ث) اگر با روش قبل درصد کلاس‌های با بیش از ۳۰ دانش‌آموز را محاسبه کنیم، نتیجه از جواب واقعی چند درصد فاصله خواهد داشت؟ تقریباً تا ۶۴ درصد فاصله خواهد داشت.

کار در کلاس صفحه ۱۰۹

فرض کنید بخواهیم میزان مطالعه‌ی غیر درسی دانش‌آموزان یک مدرسه را بررسی کنیم. برای این کار این سؤال را طراحی کرده‌ایم و می‌خواهیم از یک نمونه ۳۰ تایی آن را بررسییم:

«در یک سال گذشته چند کتاب غیردرسی خوانده‌اید؟»

روش‌های زیر را نقد کنید:

الف) پرسیدن سؤال از تعدادی از دانش‌آموزانی که در کتابخانه هستند.

احتمال بالا بودن میزان مطالعه بیشتر است زیرا دانش‌آموزانی که در کتابخانه هستند به مطالعه علاقه و یا عادت دارند.

ب) گذاشتن تعدادی پرسش‌نامه در محل رفت و آمد دانش‌آموزان.

دانش‌آموزانی که سراغ پرسش‌نامه می‌روند که اهل مطالعه هستند و در این صورت نتایج غیرواقعی خواهد بود.

پ) پرسیدن از دانش‌آموزانی که صبح وارد مدرسه می‌شوند و مایل‌اند به سؤال مذکور جواب دهند.

قطعاً همه دانش‌آموزان مایل به پاسخ‌گویی نخواهند بود به خصوص دانش‌آموزانی که به مطالعه عادت ندارند.

شما چه روشی را پیشنهاد می‌کنید که به نمونه‌گیری تصادفی نزدیکتر باشد؟

دانش‌آموزانی از همه پایه‌ها و به صورت تصادفی برای برگردن فرم انتخاب شوند.

کار در کلاس صفحه ۱۱۰

از جمله مسائلی که مردم در مورد آنها به نظرسنجی‌ها علاقه زیادی نشان می‌دهند، انتخابات است. با این وجود، گاهی مردم و گاهی گروه‌های سیاسی از روش‌هایی برای کشف نظر مردم استفاده می‌کنند که آنها را گمراه می‌کند. در این مورد روش‌های زیر را نقد کنید:

الف) پرسیدن نظر دوستان و اطرافیان.

نظرسنجی به سمت انحراف خواهد رفت زیرا دوستان و اطرافیان یک شخص غالباً هم نظر خواهند بود.

ب) طراحی یک نظرسنجی در وبگاهی پرطرفدار و لحاظ کردن ساز و کاری که از یک آدرس بیش از یک بار رأی گرفته نشود.

در یک وبگاه قطعاً یک جهت‌گیری خاصی مطرح است و بنابراین نظرسنجی به سمت انحراف خواهد رفت.

کار در کلاس صفحه ۱۱۳

- ۱- چه راه دیگری برای آمارگیری طول قد دانش‌آموزان یک مدرسه پیشنهاد می‌کنید؟ پرسش‌نامه
 - ۲- فرض کنید زمان لازم را برای گردآوری همه داده‌های دانش‌آموزان در اختیار نداشته باشید. اگر بخواهیم نمونه‌ای را انتخاب و آمارگیری کنیم، چه راهی پیشنهاد می‌کنید که نمونه به صورت تصادفی انتخاب شود؟
- اصولاً دانش‌آموزان براساس بلندی و کوتاهی قد در کلاس درس می‌نشینند بنابراین از هر کلاسی به صورت تصادفی و از سه قسمت جلوی کلاس، وسط کلاس و آخر کلاس، دانش‌آموزانی را انتخاب می‌کنیم.

کار در کلاس صفحه ۱۱۴

الف) کدام روش برای گردآوری هر یک از داده‌ها مناسب است؟

- ۱- تعداد قلم‌های هر دانش‌آموز در یک کلاس : مصاحبه
- ۲- ساعات خواب دانش‌آموزان کلاس درس شما در شب گذشته : پرسش‌نامه
- ۳- طول قد دانش‌آموزان یک کلاس : پرسش‌نامه

ب) می‌خواهیم طول قد دانش‌آموز یک کلاس یا مدرسه را به یکی از سه روش زیر آمارگیری کنیم. هر یک از این روش‌ها محدودیت‌هایی دارند. چگونه می‌توان این محدودیت‌ها را ای‌بین برد؟

پرسش‌نامه: اگر تعداد واحدهای نمونه زیاد باشد، این روش زمان‌بر است.

پرسش‌نامه را تحویل می‌دهیم و پس از زمانی معین برای پاسخگویی، آن را دریافت می‌کنیم و یا پرسش‌نامه را به صورت اینترنتی برای هر شخص می‌فرستیم.

مشاهده: اگر به دقت زیادی نیاز داشته باشیم، مناسب نیست.
از وسایلی که قد را به صورت دقیق اندازه گیری می کنند استفاده می کنیم.

دادگان ها: همیشه اطلاعات ثبتی در اختیار نیست.
اطلاعات ثبتی توسط دانش آموزان ارسال شود.

فعالیت صفحه ۱۱۴

قرار است درباره افرادی که از کوه دنا بالا رفته اند، پژوهشی آماری انجام دهیم. واحدهای آماری این پژوهش، همه ی افرادی هستند که توانسته اند به قله برسند. هدف از این پژوهش می تواند فرهنگی، یا علمی باشد. بسته به نوع پژوهش، یک یا چند ویژگی این افراد (مانند طول قد یا جتسیت) مورد نیاز است. به هر یک از این ویژگی ها که مورد پژوهش قرار می گیرد، متغیر می گویند. سایر متغیرها می توانند مواردی مانند: سن، وزن، ملیت، میزان تحصیلات و درآمد باشند. متغیرهای مورد بررسی در یک پژوهش ممکن است کمی یا کیفی باشند.
از آنهایی که همه داده های جامعه در اختیار است و همه داده ها ثابت اند بنابراین پارامتر مورد نظر نیز ثابت خواهد ماند.

۱- در نمونه‌گیری تصادفی ساده، احتمال اینکه فرد به خصوصی در اولین انتخاب عضو نمونه باشد، چقدر است؟ اگر مسئله با جای‌گذاری باشد، احتمال اینکه او در دومین انتخاب عضو نمونه باشد، چقدر است؟ اگر مسئله بدون جای‌گذاری باشد، و از نتیجه انتخاب اول اطلاع نداشته باشیم، احتمال اینکه او در دومین انتخاب عضو نمونه باشد، چقدر است؟ در هر سه حالت احتمال برابر است با: $\frac{1}{\text{تعداد اعضای نمونه}}$

۲- آیا در نمونه‌گیری خوشه‌ای احتمال انتخاب واحدهای آماری برابر است؟ بله چرا؟ زیرا واحدهای آماری هم‌شانس هستند. احتمال انتخاب خوشه‌ها چطور؟ بله آیا این روش نمونه‌گیری احتمالی است؟ بله

۳- روش‌های نمونه‌گیری احتمالی چه مزیتی بر نمونه‌گیری‌های غیر احتمالی دارند؟ در روش‌ها نمونه‌گیری همه اعضا می‌توانند انتخاب شوند و نتیجه هم‌شانس است.

۴- برای هریک از روش‌های نمونه‌گیری احتمالی دو مثال واقعی بیاورید.
نمونه‌گیری ساده:

۱- انتخاب چند نفر از شرکت‌کنندگان در یک جشنواره برای اهدا جوایز قرعه‌کشی

۲- انتخاب ۱۰۰ نفر از کارکنان یک کارخانه برای نظرسنجی

نمونه‌گیری خوشه‌ای:

۱- انتخاب دانشجویان دانشگاه‌های آزاد یک شهر

۲- انتخاب دانش‌آموزان چند منطقه از یک شهر

نمونه‌گیری طبقه‌ای:

۱- انتخاب دانشجویان ممتاز یک دانشگاه در سه سال ۱۳۹۴ تا ۱۳۹۶

۲- انتخاب کتاب از بین ۳ نوع کتاب تاریخی، رمان و علمی یک کتابخانه برای بررسی میزان امانت گرفتن آنها

نمونه‌گیری سامانمند:

۱- دانش‌آموزان یک کلاس را براساس فامیل به ترتیب (حروف الفبا) به گروه‌های ۵ نفره تقسیم می‌کنیم و سپس نفر دوم هر گروه را انتخاب می‌کنیم.

۲- از هر ۵ دانش‌آموزی که وارد مدرسه می‌شود نفر دوم را انتخاب می‌کنیم.

۵- اگر اندازه‌ی جامعه بزرگ باشد، نمونه‌گیری با جای‌گذاری و بدون جای‌گذاری تقریباً مثل هم هستند. در این صورت، آیا می‌توانید راه حل کلی برای انتخاب تصادفی n نمونه از یک فهرست N تایی ارائه کنید؟ از فهرست N تایی یک نمونه تصادفی انتخاب می‌کنیم و این کار را n تکرار می‌کنیم.

۶- آیا احتمال انتخاب واحدهای آماری در نمونه‌گیری طبقه‌ای برابر است؟ در هر طبقه چطور؟
بله، در نمونه‌گیری طبقه‌ای این احتمال هم‌شانس است.

۷- فرق بین داده و متغیر چیست؟

داده‌ها واقعیت‌هایی هستند که به عنوان مرجع و به صورت خام برای محاسبه و استنباط ما از یک چیز به کار می‌رود و متغیر کمیتی است که می‌تواند از عضوی به عضو دیگر متفاوت باشد و مقادیر مختلفی به آن اطلاق می‌شود. در واقع متغیر ویژگی‌هایی از چیزی (شی یا شخص) است که داده‌های آن مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۸- فرق بین آماره با پارامتر چیست؟

پارامتر کمیتی است که مشخصه‌ای معین را در مورد کل جامعه شرح می‌دهد. اما آماره کمیتی است که به عنوان برآورد پارامتر استفاده می‌شود و از یک نمونه به دست می‌آید.

۹- در یک جامعه آماری، آیا ممکن است که یک پارامتر تغییر کند؟ خیر اگر سه نمونه با اندازه‌ی یکسان از یک جامعه داشته باشیم، می‌توان سه مقدار متفاوت از یک آماره به دست آورد؟ بله

۱۰- در یک مطالعه از ۱۲۶۱ مشتری غذاهای گیاهی، سؤال شده است که برای کدام وعده غذایی (ناهار یا شام) سفارش داده‌اند؟

الف) متغیر را مشخص کنید. این متغیر کمی است یا کیفی؟ وعده غذایی، کیفی

ب) کدام روش گردآوری داده‌ها برای مطالعه مناسب است؟ مصاحبه

پ) جامعه‌ی آماری در اینجا چیست؟ در این مطالعه پارامتر و آماره چه چیزی می‌توانند باشند؟ ۱۲۶۱ مشتری

۱۱- کدام روش گردآوری داده‌ها برای موارد زیر مناسب است؟ یک دلیل برای انتخاب خود ذکر کنید.

- میزان رضایت مشتریان بانک از نحوه‌ی برخورد و رسیدگی به درخواست‌های آنها.

پرسش‌نامه، هر مشتری با آرامش پرسش‌نامه را تکمیل کند.

- سن همگی دانش آموزان مدرسه بر حسب ماه در پایه‌ی دهم.
- دادگان، دانش آموزان در هنگام ثبت نام اطلاعات خود را به دبیرستان داده‌اند.
- تعداد سرنشینان خودروهای سواری در یکی از محورهای خروجی شهر.
- مشاهده، صرفاً با مشاهده می‌توان به این اطلاعات دست یافت.

۱۲- فرض کنید جامعه‌ای از $N = 100$ عضو تشکیل شده و می‌خواهیم نمونه‌ای به اندازه‌ی $n = 20$ از آن انتخاب کنیم. در هر یک از حالت‌های زیر احتمال انتخاب هر عضو جامعه به عنوان نمونه چقدر است؟ نام هر روش نمونه‌گیری را بگوید.

الف) اگر جامعه به دو قسمت ۵۰ تایی تقسیم شود و بخواهیم از هر قسمت نمونه‌ی تصادفی ۱۰ تایی انتخاب کنیم.

نمونه‌گیری طبقه‌ای، $\frac{1}{25}$

ب) اگر جامعه به تصادف به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شود و دو قسمت را به عنوان نمونه انتخاب کنیم.

نمونه‌گیری خوشه‌ای، $\frac{1}{5}$

پ) اگر جامعه به تصادف به ۲۰ قسمت مساوی تقسیم شود، و از قسمت اول یک عضو به تصادف انتخاب شود. فرض کنید عضو انتخابی دومین عضو باشد و از قسمت‌های بعدی نیز دومین عضو انتخاب شود.

نمونه‌گیری سیستماتیک، $\frac{1}{5}$

۱۳- دلایل آریبی در نمونه‌گیری‌های زیر را ذکر کنید. کدام روش گردآوری داده‌ها برای آنها مناسب‌تر است؟

الف) نمونه‌گیری راحت: افراد در دسترس را به عنوان نمونه انتخاب می‌کنیم.

افرادی که نیستند انتخاب نمی‌شوند.

ب) نمونه‌ی غیر تصادفی: عامل شانس در انتخاب نمونه نقشی ندارد.

انتخاب براساس سلیقه صورت می‌گیرد.

پ) نمونه‌گیری ایمیلی (رایانامه‌ای): پرسش‌نامه‌ای به ایمیل‌های انتخاب شده ارسال می‌شود.

افرادی که ایمیل ندارند انتخاب نمی‌شوند.

ت) نمونه‌گیری تلفنی: از دفترچه‌ی راهنمای تلفن تعدادی شماره به تصادف انتخاب می‌شود.

افرادی که تلفن ندارند انتخاب نمی‌شوند.

ث) برخی از اعضای انتخاب شده در نمونه حاضر به پاسخگویی نمی‌باشند.

فقط افرادی که مایل به پاسخگویی هستند انتخاب می‌شوند.

۱۴- نوع روش نمونه‌گیری مناسب تر را انتخاب کنید.

الف) شرکت وارد کننده‌ی خودروهای سنگین برای بررسی عملکرد سامانه ترمز آنها می‌خواهد ده درصد از خودروهایی را که به مرور زمان وارد کشور می‌شوند بازرسی کند. : **خوشه‌ای**

ب) مدیر مدرسه‌ی ۶۰۰ نفری می‌خواهد نظر دانش آموزان را برای تغییر ساعت تعطیلی مدرسه براساس یک نمونه‌ی ۱۲ تایی بداند. : **تصادفی**

پ) در قسمت قبل اگر مدرسه، شش پایه داشته باشد و ما حدس بزنیم که نظر ۶ پایه باهم تفاوت دارد (با فرض برابر بودن تعداد دانش آموزان در پایه‌های مختلف). : **سیستماتیک**

۱۵- چگونه از ارقام ۰ تا ۹ عدد تصادفی انتخاب می‌کنید؟ آیا با روش پیشنهادی شما می‌توان عدد تصادفی بین اعداد ۰ تا ۹۹ انتخاب کرد؟ آیا امکان توسعه‌ی روش پیشنهادی شما به انتخاب تصادفی از فهرستی ۱۰۰۰ تایی امکان پذیر است؟

به کمک تابع *Rand* در ماشین حساب در هر سه حالت می‌توان عددی تصادفی انتخاب کرد. به این صورت که یک عدد بین ۰ و ۱ در نظر می‌گیریم و آن را در ۹ ضرب می‌کرده و سپس گرد می‌کنیم تا عددی بین ۰ تا ۹ به صورت تصادفی انتخاب شود. حال اگر عددی که بین ۰ تا ۱ انتخاب کردیم را در ۹۹ ضرب کنیم می‌توان عددی بین ۰ تا ۹۹ به دست آورد و برای فهرست هزارتایی نیز به همین صورت عمل می‌کنیم.

درس دوم: برآورد

فعالیت صفحه ۱۱۸

یک شرکت تولید لیوان شیشه‌ای می‌خواهد تعداد لیوان‌هایی را که در یک بسته قرار می‌دهد مشخص کند. تعداد لیوان‌ها در هر بسته به میانگین تعداد اعضای کشور بستگی دارد که بعد خانوار نام دارد. مثلاً در ۷ سال پیش بعد خانوار (میانگین تعداد اعضای خانواده‌ها) ۴ بوده است. لذا بسته‌بندی‌ها از ۶ به ۴ کاهش داده شد. از آنجا که فروش شرکت کم شده، به نظر کارشناسان، دلیل آن تغییر بعد خانوار در کشور است. بعد خانوار هر کشور از اطلاعات سرشماری قابل دسترسی است که ۲ سال پیش انجام شده است، که در ایران هر ۱۰ سال یک بار انجام می‌شود. لذا داده‌های جدید آن تا ۳ سال آینده در دسترس نیست. از آنجا که سرشماری روش مقرون به صرفه‌ای برای گردآوری داده‌ها به منظور پاسخگویی به این سوال نیست، شرکت تصمیم می‌گیرد که بعد خانوار خریدارهای محصول این شرکت را به وسیله نمونه‌گیری انجام دهد.

در اینجا صورت ساده‌تر آن را در نظر می‌گیریم. فرض کنید، بعد خانوار ۹ خریدار محصول به صورت زیر باشد. میانگین بعد این نمونه چقدر است؟ میانگین بعد این نمونه ۳/۳۳ است.

۴	۱	۲	۳	۵	۲	۷	۲	۳
---	---	---	---	---	---	---	---	---

در این فعالیت میانگین تعداد اعضای خانوار پارامتر است. آماره، خریدار محصول؛ و برآورد نقطه‌ای پارامتر میانگین بعد این نمونه است.

کار در کلاس صفحه ۱۱۹

فرض کنید، جامعه از ۶ نفر تشکیل شده باشد با درآمد ماهیانه برحسب میلیون تومان به صورت زیر:

۴	۱	۰	۳	۵	۲
---	---	---	---	---	---

می‌خواهیم براساس نمونه‌ای به اندازه ۱، میانگین این جامعه‌ی ۶ عضوی را برآورد کنیم. در واقع باید از بین ۶ نفر، یکی را به تصادف انتخاب کنیم. اگر شخصی انتخاب شود که درآمدش ۵ باشد، این عدد برآورد میانگین درآمد همه‌ی افراد است. ممکن است فرد انتخابی درآمدی نداشته باشد. آن‌گاه صفر به عنوان نمونه انتخاب شده و برآورد میانگین درآمد این افراد برابر ۰ می‌شود. نمونه‌های مختلف منجر به برآوردهای متفاوتی می‌شوند.

– در این مثال، پارامتر جامعه چیست و مقدار آن چقدر است؟ پارامتر جامعه، میانگین درآمد افراد است که برابر با ۲/۵ می‌باشد.

– آیا براساس هر یک از نمونه‌ها برآورد به مقدار پارامتر نزدیک است؟ خیر

– چه راه‌حلی پیشنهاد می‌کنید که برآورد به پارامتر نزدیک‌تر شود؟ با افزایش دادن اندازه‌ی نمونه می‌توان برآورد را به پارامتر نزدیک کرد.

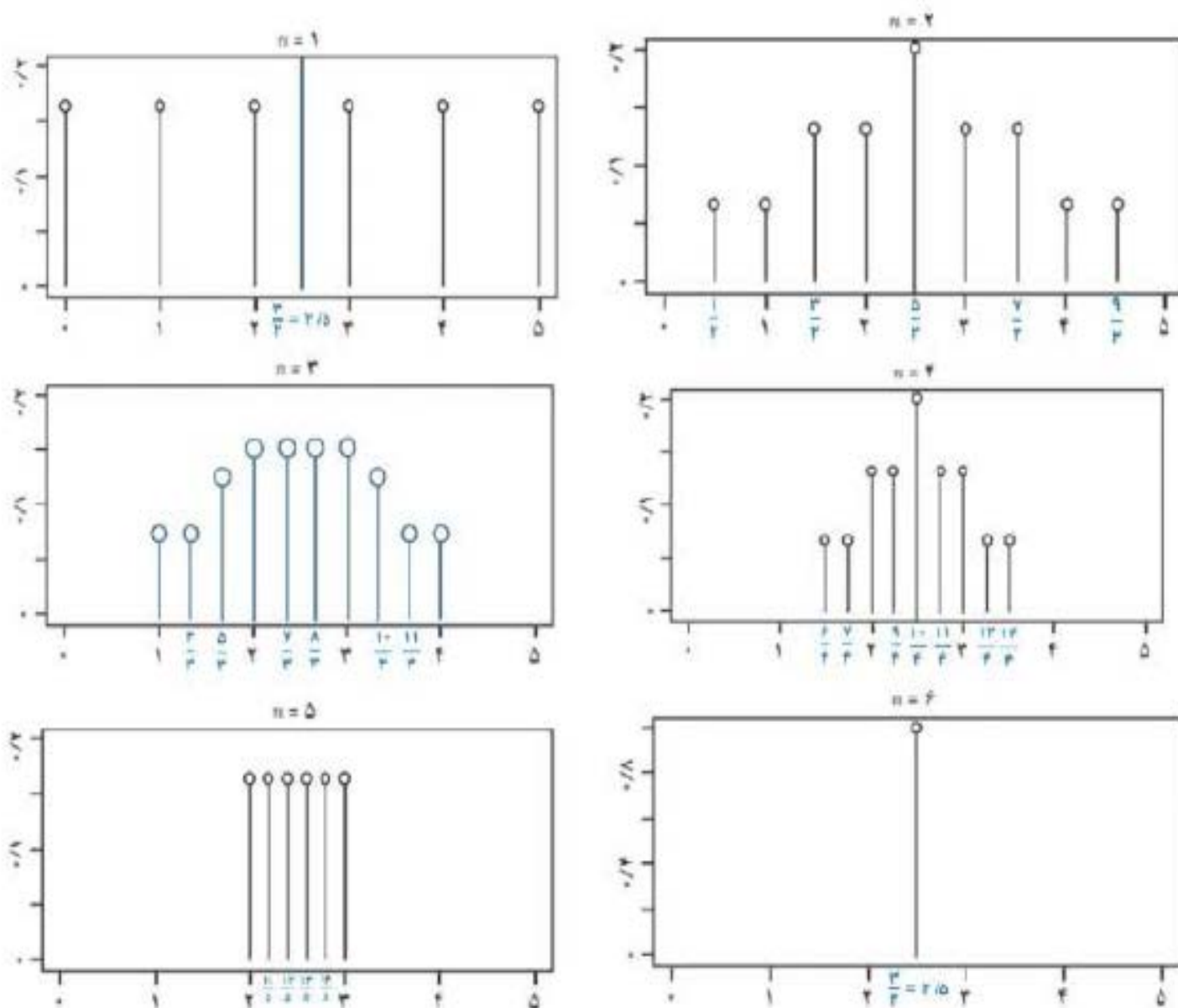
- آیا نمونه‌ای تصادفی به اندازه‌ی ۲ وجود دارد که مقدار پارامتر را دقیقاً $2/5$ برآورد کند؟ بله، نمونه ۴ و ۱
 - آیا امکان دارد با نمونه‌های مختلف برآوردهای برابر به دست آوریم؟ بله
 - بدون شمارش بگویید امکان مشاهده چند نمونه‌ی دوتایی داریم؟ ۱۵
- در جدول زیر، احتمال مشاهده هر یک از مقادیر برآورد میانگین برای نمونه‌های دوتایی آمده است.

نمونه	$\{0,1\}$	$\{0,2\}$	$\{0,3\}\{1,2\}$	$\{0,4\}\{1,3\}$	$\{0,5\}\{1,4\}\{2,3\}$	$\{1,5\}\{2,4\}$	$\{2,5\}\{3,4\}$	$\{3,5\}$	$\{4,5\}$
$\bar{x}$	$0/5$	1	$1/5$	2	$2/5$	3	$3/5$	4	$4/5$
احتمال	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$

اگر نمونه‌گیری تصادفی ساده به اندازه‌ی $n = 3$ از این ۶ عضو جامعه انجام دهیم، همانند جدول قبل مقادیر $\bar{x}$ و احتمال مشاهده هر مقدار را محاسبه و در جدول بنویسید.

نمونه	$\{0,1,2\}$	$\{0,1,3\}$	$\{0,1,4\}$	$\{0,1,5\}$ $\{0,2,4\}$ $\{1,2,3\}$	$\{0,2,5\}$ $\{0,3,4\}$ $\{1,2,3\}$
$\bar{x}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{6}{3}$	$\frac{7}{3}$
احتمال	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{20}$
نمونه	$\{0,1,3\}$ $\{1,3,4\}$ $\{1,2,5\}$	$\{1,3,5\}$ $\{2,3,4\}$ $\{0,4,5\}$	$\{1,4,5\}$ $\{2,3,5\}$	$\{2,4,5\}$	$\{3,4,5\}$
$\bar{x}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{9}{3}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{11}{3}$	$\frac{12}{3}$
احتمال	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$

جدول به دست آمده از کار در کلاس قبل را برای $n = 3$ رسم کنید. برای این منظور، بر روی محور طول‌ها مقادیر برآورد میانگین جامعه، یعنی $\bar{x}$ را مشخص کنید. حال احتمال مشاهده هر یک از مقادیر را در نمودار علامت بزنید. این کار برای اندازه‌ی نمونه‌های مختلف انجام شده است. هر نمودار مربوط به اندازه نمونه‌ی به خصوص $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ است.



اگر برآورد را براساس نمونه‌ای به اندازه‌ی ۳ محاسبه کنیم، احتمال اینکه برآورد به پارامتر نزدیک‌تر باشد، نسبت $n = 1, 2$ بیشتر است. آیا اگر اندازه‌ی نمونه بیشتر از ۳ شود، احتمال اینکه برآورد به پارامتر نزدیک‌تر شود، باز هم بیشتر می‌شود؟ **بله** زمانی که اندازه‌ی نمونه به ۶ می‌رسد، برآورد برابر $\frac{2}{5}$ می‌شود.

کار در کلاس صفحه ۱۲۱

به فعالیت ابتدای درس باز می‌گردیم. اگر از مطالعات سال‌های گذشته بدانیم که انحراف معیار درآمد هر فرد در کشور ۲ میلیون تومان است انحراف معیار برآورد میانگین درآمد افراد جامعه را برای اندازه‌ی نمونه‌های ذکر شده محاسبه کنید.

n	۲۵	۱۰۰	۱۰۰۰۰
$\sigma_{\bar{x}}$	$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{200000}{5} = 40000$	$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{200000}{10} = 20000$	$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{200000}{100} = 2000$

– انحراف معیار برآورد میانگین درآمد افراد جامعه با نمونه‌ی ۱۰۰ نفری چند برابر انحراف معیار با نمونه‌ی ۱۰۰۰۰ نفری است؟ ۱۰ برابر
 $\frac{20000}{2000} = 10$

– اگر اندازه‌ی نمونه ۱۰ برابر شود، انحراف معیار برآورد میانگین چند برابر می‌شود؟
 دیدیم با ۱۰۰ برابر شدن اندازه‌ی نمونه، انحراف معیار برآورد میانگین ۱۰ برابر می‌شود بنابراین با ۱۰ برابر شدن اندازه‌ی نمونه انحراف معیار $\sqrt{10}$ برابر خواهد شد.

فعالیت صفحه ۱۲۲

د فعالیت قبل میانگین داده‌ها ۲/۵ محاسبه می‌شود؛ یعنی برآورد میانگین جامعه ۲/۵ به دست آمده است. چقدر به این برآورد اطمینان داریم؟ برای یافتن پاسخ این سوال به یاد آورید که دقت برآورد میانگین جامعه به **اندازه‌ی نمونه و انحراف معیار بستگی داشت**. اگر **اندازه‌ی نمونه** زیاد می‌شد، یا **انحراف معیار** کم بود، دقت برآورد میانگین بیشتر می‌گردید.

اگر یک نمونه به اندازه‌ی چهار داشته باشیم یک فاصله اطمینان برای میانگین جامعه محاسبه کنید.
 مشاهدات ۰، ۵، ۲، ۱

$$\bar{x} = \frac{1 + 2 + 5 + 0}{4} = 2 \quad \text{میانگین نمونه:}$$

$$\sigma = 1/87 \quad \text{انحراف معیار نمونه:}$$

$$.013 < M < 3/87$$

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq M \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 2 - \frac{2 \times 1/87}{2} < M < 2 + \frac{2 \times 1/87}{2} \Rightarrow .013 < M < 3/87$$

کار در کلاس صفحه ۱۲۲

خط فقر حداقل درآمدی است که برای زندگی در یک ماه به ازای هر نفر مورد نیاز است. خط فقر برابر است با نصف میانگین درآمد افراد جامعه. براساس داده‌های فعالیت اول خط فقر را برآورد کنید. انحراف معیار جامعه را برآورد کنید. اگر فرض کنیم که انحراف معیار به دست آمده انحراف معیار جامعه است، یک برآورد فاصله‌ای برای خط فقر محاسبه کنید.

$$\sigma^2 = \frac{(4 - 2/5)^2 + (1 - 2/5)^2 + (0 - 2/5)^2 + (3 - 2/5)^2 + (5 - 2/5)^2 + (2 - 2/5)^2}{6}$$

$$\sigma^2 = \frac{(1/5)^2 + (-1/5)^2 + (-2/5)^2 + (0/5)^2 + (2/5)^2 + (-0/5)^2}{6}$$

$$\sigma^2 = \frac{1/25 + 1/25 + 4/25 + 0/25 + 4/25 + 0/25}{6} = \frac{10/25}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq M \leq \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 2/5 - \frac{\sqrt{2/3}}{\sqrt{6}} \leq M \leq 2/5 + \frac{\sqrt{2/3}}{\sqrt{6}} \Rightarrow 2/5 - \sqrt{2}/5 \leq M \leq 2/5 + \sqrt{2}/5$$

کار در کلاس صفحه ۱۲۴

یک موسسه نظرسنجی معتبر، یک روز قبل از برگزاری انتخابات ریاست جمهوری، از یک نمونه‌ی ۱۰۰۰ نفری از واجدان شرایط، که به طور تصادفی از کل کشور انتخاب شده‌اند، پرسیده است که «آیا در انتخابات شرکت خواهید کرد؟» اگر جواب ۷۰۰ نفر مثبت بوده باشد، یک بازه‌ی اطمینان ۹۵ درصدی برای شرکت کنندگان در انتخابات به دست آورید.

حل: در این مسئله $n = 1000$ و $p = \frac{m}{n} = \frac{700}{1000} = 0.7$ باید عبارت زیر را نیز محاسبه کنیم:

$$2 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 2 \sqrt{\frac{0.7(1-0.7)}{1000}} = 0.029$$

$$p - 2 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \text{ و } p + 2 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \Rightarrow 0.7 - 0.029 \text{ و } 0.7 + 0.029 \Rightarrow (0.671, 0.729)$$

پس با اطمینان ۹۵ درصد مشارکت در انتخابات بین ۶۷/۱ درصد و ۷۲/۹ درصد خواهد بود.

۱- در اولین کار در کلاس، جداول را برای نمونه‌گیری تصادفی ساده به اندازه‌ی ۴ و ۵ تشکیل داده و مقادیر $\bar{x}$ را در مقابل احتمال مشاهده‌ی هر مقدار، محاسبه و در جدولی بنویسید.

اندازه‌ی ۴:

نمونه	$\{0, 1, 2, 3\}$	$\{0, 1, 2, 4\}$	$\{0, 1, 3, 4\}$ $\{0, 1, 2, 5\}$	$\{0, 2, 3, 4\}$ $\{0, 1, 3, 5\}$	$\{0, 1, 4, 5\}$ $\{0, 2, 3, 4\}$ $\{0, 2, 3, 5\}$
$\bar{x}$	۱/۵	۱/۷۵	۲	۲/۲۵	۲/۵
احتمال	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$
نمونه	$\{0, 2, 3, 5\}$ $\{0, 2, 4, 5\}$	$\{1, 2, 4, 5\}$ $\{0, 3, 4, 5\}$	$\{1, 3, 4, 5\}$	$\{2, 3, 4, 5\}$	
$\bar{x}$	۲/۷۵	۳	۳/۲۵	۳/۵	
احتمال	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	

اندازه‌ی ۵:

نمونه	$\{0, 1, 2, 3, 4\}$	$\{0, 1, 2, 3, 5\}$	$\{0, 1, 2, 4, 5\}$	$\{0, 1, 3, 4, 5\}$	$\{0, 2, 3, 4, 5\}$	$\{1, 2, 3, 4, 5\}$
$\bar{x}$	۲	۲/۲	۲/۴	۲/۶	۲/۸	۳
احتمال	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

۲- از اعداد ۰ تا N، ۱۰ عدد به تصادف انتخاب شده است. اگر اعداد انتخابی به صورت زیر باشند با دو روش مختلف N را برآورد کنید.

۵	۸	۹	۱۱	۱۲	۳	۷	۵	۲	۹
---	---	---	----	----	---	---	---	---	---

نمونه	۲	۳	۵ و ۵	۷	۸	۹ و ۹	۱۱	۱۲
$\bar{x}$	۲	۳	۵	۷	۸	۹	۱۱	۱۲
احتمال	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

۳- رئیس یک دانشگاه علاقه‌مند است متوسط سن دانشجویانی که در سال جاری ثبت‌نام کرده‌اند را بداند. برای این منظور، او یک نمونه‌ی تصادفی از سن ۲۵ دانشجو را انتخاب می‌کند. میانگین سن آنها برابر ۲۲ سال برآورد شده است. اگر در بررسی‌های گذشته انحراف معیار طول قد دانشجویان این دانشگاه برابر ۱/۹ سال باشد، بازه‌ی اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین سن جامعه را محاسبه کنید.

$$\begin{aligned}\bar{x} &= 22 & \bar{x} - 2\sigma \leq M \leq \bar{x} + 2\sigma \\ \sigma &= 1/9 & 22 - 3/8 \leq M \leq 22 + 3/8 \\ 2\sigma &= 3/8 & 18/2 \leq M \leq 25/8\end{aligned}$$

۴- طول فاصله‌ی اطمینان، برابر تفاضل حدّ بالا و پایین بازه‌ی اطمینان است.

الف) اگر در فرمول بازه اطمینان اندازه‌ی نمونه افزایش یابد، طول فاصله‌ی اطمینان کاهش می‌یابد. چرا؟ زیرا دقت برآورد افزایش می‌یابد.

ب) اگر در فرمول بازه اطمینان انحراف معیار جامعه افزایش یابد، طول فاصله‌ی اطمینان افزایش می‌یابد. چرا؟ زیرا دقت برآورد کاهش می‌یابد.

۵- داده‌های زیر نمرات ۲۴ دانش‌آموز از ۱۰۰ است.

۷۵ ۷۴ ۷۳ ۷۱ ۷۱ ۷۰ ۶۷ ۷۵
۷۹ ۷۸ ۷۸ ۷۸ ۷۸ ۷۷ ۷۵ ۸۰
۸۲ ۸۶ ۸۶ ۸۳ ۸۲ ۸۲ ۸۱ ۹۱

الف) میانگین و انحراف معیار نمرات را محاسبه کنید.

$$\bar{x} = \frac{(75 \times 3) + 74 + 73 + (71 \times 2) + 70 + 67 + 79 + (78 \times 4) + 77 + 80 + 87 + (86 \times 2) + 83 + (82 \times 2) + 81 + 91}{24}$$

$$\bar{x} \approx 78 \quad \sigma = 5/5$$

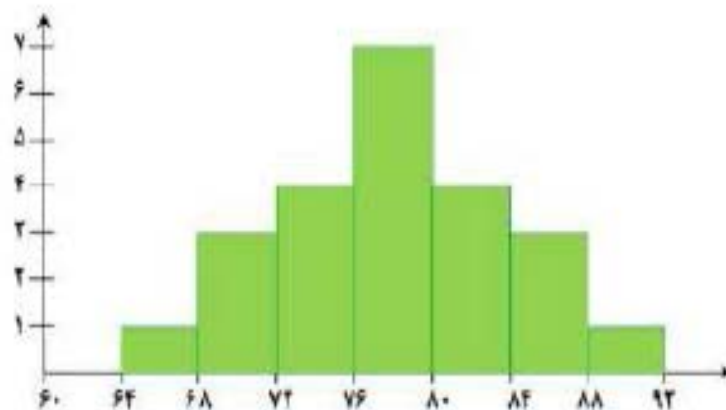
ب) اگر انحراف معیار جامعه ۶ باشد بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین نمرات جامعه محاسبه کنید.

$$\bar{x} - 2\sigma \leq M \leq \bar{x} + 2\sigma \Rightarrow 78 - 12 \leq M \leq 78 + 12 \Rightarrow 66 \leq M \leq 90$$

پ) چند درصد داده‌ها داخل این بازه قرار می‌گیرند؟

$$\frac{23}{24} \times 100 = 95\%$$

ت) بافت نگاشت فراوانی داده‌ها را رسم کنید. (در فواصل [۶۷، ۷۱] و [۷۱، ۷۵] و ...)

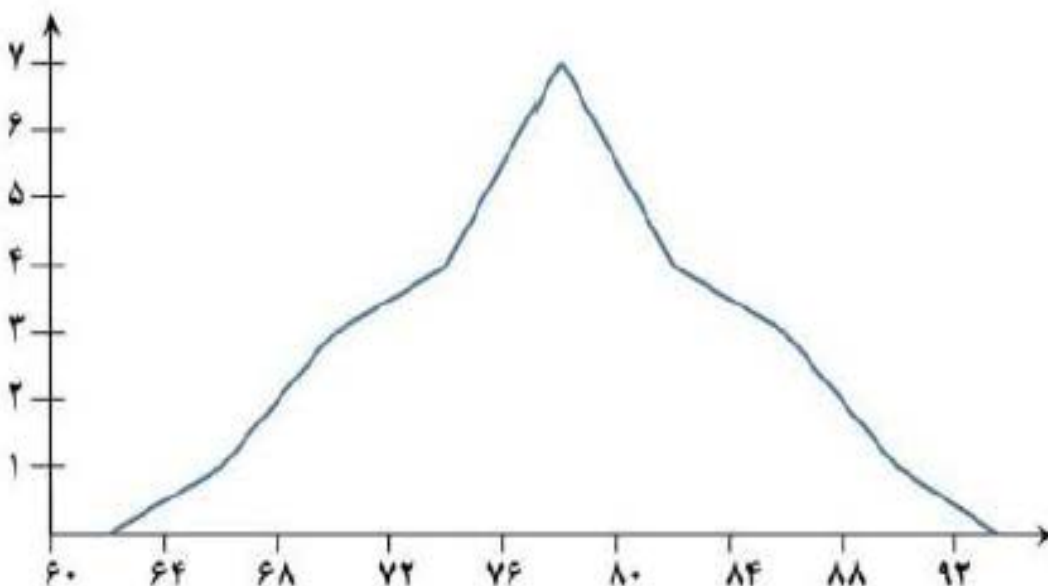


نگاشت را رسم کنید.

مستطیل‌ها

به هم متصل

محور طول‌ها



ث) چندبر فراوانی بافت

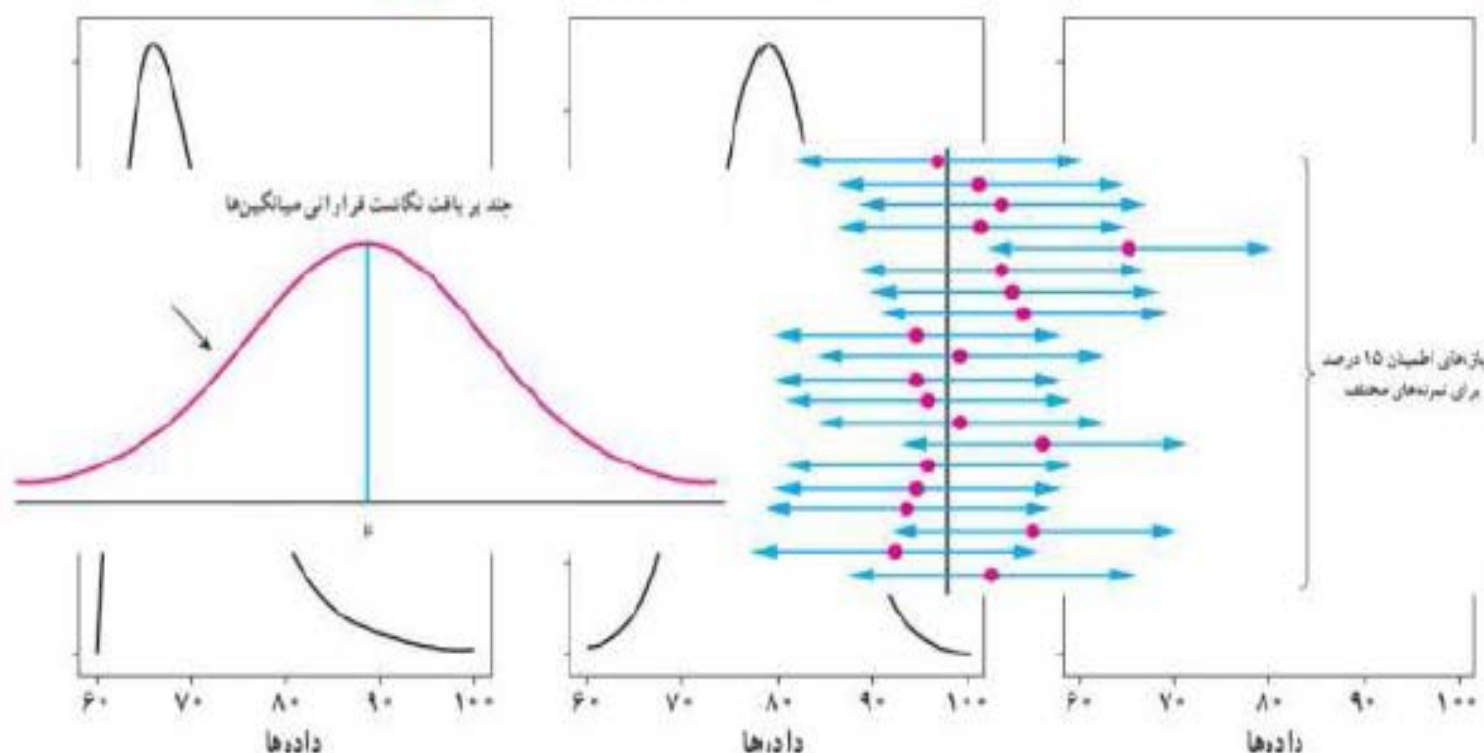
(وسط)

را با پاره‌خط

کرده و به

وصل کنید.)

ج) اگر داده‌ها زیاد شوند، به نظر شما شکل چندبر فراوانی بافت نگاشت به کدام یک از نمودارهای زیر شباهت بیشتری خواهد داشت؟ (نام نمودارها به ترتیب: یکنواخت، نرمال، نامتقارن یا چوله است.) **نرمال**



۶- اگر در سؤال قبل ۱۰۰ بار نمونه‌گیری را تکرار کنیم؛ یعنی ۱۰۰ دفعه نمونه‌ای به اندازه‌ی ۲۴ بگیریم و چند بر فراوانی بافت نگاشت ۱۰۰ میانگین را رسم کنیم می‌توان نشان داد که تقریباً به صورت یک منحنی به شکل زیر است (توجه کنید منظور از ۱۰۰ عددی بزرگ است، ۱۰۰ یک مثال است). در این شکل μ نشان دهنده‌ی میانگین جامعه است، که در اینجا میانگین نمرات همه‌ی دانش‌آموزان است، که مجهول است. حال فرض کنید برای ۱۰۰ نمونه‌ی ۲۴ تایی، ۱۰۰ بازه‌ی اطمینان ۹۵ درصدی محاسبه کرده‌ایم. در زیر نمودار نرمال ۲۰ تا از آنها رسم شده است. نقاط قرمز رنگ نشان دهنده‌ی میانگین نمونه و پاره‌خط‌های افقی آبی معرف فاصله‌ی اطمینان مربوطه اند. خط سیاه عمودی میانگین جامعه را مشخص کرده است.

الف) اگر پاره‌خط آبی، خط سیاه را قطع نکند، چه نتیجه‌ای باید گرفت؟

اگر پاره‌خط آبی، خط سیاه را قطع کند نشان دهنده‌ی این است که میانگین جامعه در بازه‌ی اطمینان ۹۵ درصدی وجود ندارد و بنابراین نمونه‌ی درستی انتخاب نشده است.

ب) چند درصد از ۲۰ پاره‌خط آبی، خط سیاه را قطع کرده‌اند؟

۱۹ پاره‌خط آبی، خط سیاه را قطع کرده‌اند بنابراین :

$$\frac{19}{20} \times 100 = 95\%$$

پ) اگر ۱۰۰ پاره‌خط آبی را رسم می‌کردیم، انتظار داشتید چند تا از آنها خط سیاه را قطع نکنند؟

با توجه به اینکه ۹۵ درصد خطوط را قطع می‌کند پس با رسم ۱۰۰ پاره خط آبی، ۵ تا از آنها خط سیاه را قطع نمی‌کنند.

ت) نتیجه این تمرین تعبیر یک بازه اطمینان ۹۵ درصد است. اگر ۱۰۰ بار نمونه‌گیری را تکرار کنیم و ۱۰۰ بازه اطمینان محاسبه کنیم انتظار داریم % ۹۵ از آنها پارامتر میانگین جامعه را در برگیرند.

۷- شاخص بوسیدگی دندان (DMFT) در ایران برای سال ۱۳۶۰ برابر ۳ بوده است؛ یعنی به طور متوسط هر ایرانی دارای یک دندان کشیده شده، یک دندان پوسیده و یک دندان پر شده است. براساس نمونه‌ای به اندازه‌ی ۴۰۰، این شاخص در سال ۱۳۹۵ برابر ۶ شده است ($\bar{x} = 2$). اگر انحراف معیار دندان‌های کشیده شده، پوسیده و پر شده به ترتیب برابر ۱، ۲ و ۱/۶ باشد، بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین دندان‌های کشیده شده، پوسیده و پر شده محاسبه کنید.

بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای دندان‌های کشیده شده :

$$\bar{x} - 2\sigma\sqrt{n} \leq M \leq \bar{x} + 2\sigma\sqrt{n} \Rightarrow 2 - 2(1)\sqrt{400} \leq M \leq 2 + 2(1)\sqrt{400} \Rightarrow -38 \leq M \leq 42$$

بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای دندان‌های پوسیده شده :

$$2 - 2(2)\sqrt{400} \leq M \leq 2 + 2(2)\sqrt{400} \Rightarrow -78 \leq M \leq 82$$

بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای دندان‌های پر شده :

$$2 - 2(1/6)\sqrt{400} \leq M \leq 2 + 2(1/6)\sqrt{400} \Rightarrow -62 \leq M \leq 66$$

۸- پارامتر میانگین جامعه را با چه آماره‌های می‌توان برآورد کرد؟ (۵ آماره نام ببرید)

با آماره‌های میانگین - میانه - مدار فراوانی نسبی و فاصله اطمینان

۹- پارامتر واریانس و انحراف معیار جامعه را با چه آماره‌هایی می‌توان برآورد کرد؟

با آمار واریانس و انحراف معیار نمونه‌ی تصادفی از یک جامعه

۱۰- در فصل قبل با چه آماره‌های آشنا شده‌اید؟ آنها چه پارامترهای را برآورد می‌کردند؟

در فصل قبل با آمار فراوانی نسبی نمونه آشنا شدیم که با استفاده از آن می‌توان فراوانی نسبی جامعه را برآورد کرد.

۱۱-مدیر تولید یک روزنامه می‌خواهد درصد روزنامه‌های معیوب را بررسی کند. برای این منظور، ۱۰۰ روزنامه به تصادفی انتخاب می‌شود که ۱۶ تا از آنها معیوب است. یک فاصله‌ی اطمینان ۹۵٪ برای درصد روزنامه‌های معیوب محاسبه کنید. اگر بخواهیم طول بازه‌ی اطمینان ۹۵ درصدی، برابر یک درصد باشد باید n را چقدر انتخاب کنیم؟

$$\begin{cases} n = 100 \\ m = 16 \end{cases} \Rightarrow p = \frac{m}{n} = \frac{16}{100} = 0.16$$

$$\left(p - 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \text{ و } p + 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right) = \left(0.16 - 2(0.36) \text{ و } 0.16 + 2(0.36) \right)$$

$$\Rightarrow (0.88 \text{ و } 0.72)$$

$$\text{طول بازه اطمینان} = \frac{2}{\sqrt{n}} = 0.1 \Rightarrow n = 4000$$

۱۲-مثال های این درس را با اندازه‌ی نمونه های مختلف حل کنید. چه نتیجه‌هایی می‌توان گرفت؟ (مقدار برآورد تغییر نمی‌کند.)

با اندازه‌های نمونه مختلف نیز مقدار برآورد تغییر نمی‌کند.